

गणित

भाग - I

कक्षा 12 के लिए पाठ्यपुस्तक



12081



राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्
NATIONAL COUNCIL OF EDUCATIONAL RESEARCH AND TRAINING

12081 – गणित (भाग 1)

कक्षा 12 के लिए पाठ्यपुस्तक

ISBN 81-7450-668-3

प्रथम संस्करण

फरवरी 2007 फाल्गुन 1928

पुनर्मुद्रण

अक्टूबर 2007, जनवरी 2009,
नवंबर 2009, दिसंबर 2010,
जनवरी 2012, मार्च 2013,
फरवरी 2014, दिसंबर 2015,
दिसंबर 2016, जनवरी 2018,
जनवरी 2019, जनवरी 2020,
जनवरी 2021, नवंबर 2021

संशोधित संस्करण

नवंबर 2022 अग्रहायण 1944

PD 10T BS

© राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण
परिषद्, 2007, 2022

₹ 130.00

एन.सी.ई.आर.टी. वाटरमार्क 80 जी.एस.एम.
पेपर पर मुद्रित।

प्रकाशन प्रभाग में सचिव, राष्ट्रीय शैक्षिक
अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद्, श्री अरविंद
मार्ग, नयी दिल्ली 110 016 द्वारा प्रकाशित तथा
अमर उजाला लिमिटेड, सी-21, सैक्टर-59,
नोएडा - 201 301 (उ.प्र.) द्वारा मुद्रित।

सर्वाधिकार सुरक्षित

- प्रकाशक की पूर्व अनुमति के बिना इस प्रकाशन के किसी भाग को
छापना तथा इलैक्ट्रॉनिकी, मरीनी, फोटोप्रिलिपि, रिकॉर्डिंग अथवा
किसी अन्य विधि से पुनः प्रयोग पद्धति द्वारा उसका संग्रहण अथवा
प्रसारण चर्जित है।
- इस पुस्तक की बिक्री इस शर्त के साथ की गई है कि प्रकाशक की
पूर्व अनुमति के बिना यह पुस्तक अपने मूल आवरण अथवा जिल्ड के
अलावा किसी अन्य प्रकार से व्यापार द्वारा उधारी पर, पुनर्विक्रय या
किराए पर न दी जाएगी, न बेची जाएगी।
- इस प्रकाशन का सही मूल्य इस पृष्ठ पर मुद्रित है। रबड़ की मुहर अथवा
चिपकाई गई पर्सी (स्ट्रिकर) या किसी अन्य विधि द्वारा अकित कोई भी
संशोधित मूल्य गलत है तथा मान्य नहीं होगा।

एन.सी.ई.आर.टी. के प्रकाशन प्रभाग के कार्यालय

एन.सी.ई.आर.टी. कैपस

श्री अरविंद चावला

नयी दिल्ली 110 016

फ़ोन : 011-26562708

108ए, 100 फॉट रोड

हेती एक्सटेंशन, होटेल्स के रोड

बानाशकरी प्लॉट, इस्टेज

बैंगलोर 560 085

फ़ोन : 080-26725740

नवजीवन इस्ट भवन

डाकघर नवजीवन

आहमदाबाद 380 014

फ़ोन : 079-27541446

सी.डब्ल्यू.सी. कैपस

निकट: धनबाल बस स्टॉप पनिहाटी

कोलकाता 700 114

फ़ोन : 033-25530454

सी.डब्ल्यू.सी. कॉम्प्लैक्स

मालीगांव

गुवाहाटी 781 021

फ़ोन : 0361-2674869

प्रकाशन सहयोग

- | | |
|-------------------------|---------------------|
| अध्यक्ष, प्रकाशन प्रभाग | : अनूप कुमार राजपूत |
| मुख्य उत्पादन अधिकारी | : अरुण चितकारा |
| मुख्य व्यापार प्रबंधक | : विपिन दिवान |
| मुख्य संपादक (प्रभारी) | : विज्ञान सुतार |
| संपादक | : रेखा अग्रवाल |
| उत्पादन सहायक | : प्रकाश वीर सिंह |

चित्रांकन सज्जा एवं आवरण

अरविंद चावला

आमुख

राष्ट्रीय पाठ्यचर्चा की रूपरेखा (2005) सुझाती है कि बच्चों के स्कूली जीवन को बाहर के जीवन से जोड़ा जाना चाहिए। यह सिद्धांत किताबी ज्ञान की उस विरासत के विपरीत है जिसके प्रभाववश हमारी व्यवस्था आज तक स्कूल और घर के बीच अंतराल बनाए हुए हैं। नयी राष्ट्रीय पाठ्यचर्चा पर आधारित पाठ्यक्रम और पाठ्यपुस्तकें इस बुनियादी विचार पर अमल करने का प्रयास है। इस प्रयास में हर विषय को एक मजबूत दीवार से घेर देने और जानकारी को रटा देने की प्रवृत्ति का विरोध शामिल है। आशा है कि ये कदम हमें राष्ट्रीय शिक्षा नीति (1986) में वर्णित बाल-केंद्रित व्यवस्था की दिशा में काफी दूर तक ले जाएँगे।

इस प्रयत्न की सफलता अब इस बात पर निर्भर है कि स्कूलों के प्राचार्य और अध्यापक बच्चों को कल्पनाशील गतिविधियों और सवालों की मदद से सीखने और सीखने के दौरान अपने अनुभव पर विचार करने का अवसर देते हैं। हमें यह मानना होगा कि यदि जगह, समय और आज़ादी दी जाए तो बच्चे बड़ों द्वारा सौंपी गई सूचना-सामग्री से जुड़कर और जूँझकर नए ज्ञान का सृजन कर सकते हैं। शिक्षा के विविध साधनों एवं स्रोतों की अनदेखी किए जाने का प्रमुख कारण पाठ्यपुस्तक को परीक्षा का एकमात्र आधार बनाने की प्रवृत्ति है। सर्जना और पहल को विकसित करने के लिए ज़रूरी है कि हम बच्चों को सीखने की प्रक्रिया में पूरा भागीदार मानें और बनाएँ, उन्हें ज्ञान की निर्धारित खुराक का ग्राहक मानना छोड़ दें।

ये उद्देश्य स्कूल की दैनिक जिंदगी और कार्यशैली में काफी फेरबदल की माँग करते हैं। दैनिक समय-सारणी में लचीलापन उतना ही ज़रूरी है, जितना वार्षिक कैलेंडर के अमल में चुस्ती, जिससे शिक्षण के लिए नियत दिनों की संख्या हकीकत बन सके। शिक्षण और मूल्यांकन की विधियाँ भी इस बात को तय करेंगी कि यह पाठ्यपुस्तक स्कूल में बच्चों के जीवन को मानसिक दबाव तथा बोरियत की जगह खुशी का अनुभव बनाने में कितनी प्रभावी सिद्ध होती है। बोझ की समस्या से निपटने के लिए उपलब्ध समय का ध्यान रखने की पहले से अधिक सचेत कोशिश की है। इस कोशिश को और गहराने के यत्न में यह पाठ्यपुस्तक सोच-विचार और विस्मय, छोटे समूहों में बातचीत एवं बहस और हाथ से की जाने वाली गतिविधियों को प्राथमिकता देती है।

एन.सी.ई.आर.टी. इस पुस्तक की रचना के लिए बनाई गई पाठ्यपुस्तक निर्माण समिति के परिश्रम के लिए कृतज्ञता व्यक्त करती है। परिषद् इस पाठ्यपुस्तक के सलाहकार समूह के अध्यक्ष प्रोफेसर जयंत विष्णु नारलीकर और इस पुस्तक के सलाहकार प्रोफेसर पवन कुमार जैन की विशेष आभारी है। इस पाठ्यपुस्तक के विकास में कई शिक्षकों ने योगदान दिया; इस योगदान को संभव बनाने के लिए

हम उनके प्राचार्यों के आभारी हैं। हम उन सभी संस्थाओं और संगठनों के प्रति कृतज्ञ हैं जिन्होंने अपने संसाधनों, सामग्री तथा सहयोगियों की मदद लेने में हमें उदारतापूर्वक सहयोग दिया। हम, विशेष रूप से माध्यमिक एवं उच्चतर शिक्षा विभाग, मानव संसाधन विकास मंत्रालय द्वारा प्रो. मृणाल मिरी और प्रो. जी.पी. देशपांडे की अध्यक्षता में गठित, राष्ट्रीय मानीटरिंग समिति द्वारा प्रदत्त बहुमूल्य समय एवं योगदान के लिए कृतज्ञ हैं। व्यवस्थागत सुधारों और अपने प्रकाशनों में निरंतर निखार लाने के प्रति समर्पित एन.सी.ई.आर.टी. टिप्पणियों एवं सुझावों का स्वागत करेगी जिनसे भावी संशोधनों में मदद ली जा सके।

नयी दिल्ली
20 नवंबर 2006

निदेशक
राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान
और प्रशिक्षण परिषद्

पाठ्यपुस्तकों में पाठ्य सामग्री का पुनर्संयोजन

कोविड-19 महामारी को देखते हुए, विद्यार्थियों के ऊपर से पाठ्य सामग्री का बोझ कम करना अनिवार्य है। राष्ट्रीय शिक्षा नीति, 2020 में भी विद्यार्थियों के लिए पाठ्य सामग्री का बोझ कम करने और रचनात्मक नज़रिए से अनुभवात्मक अधिगम के अवसर प्रदान करने पर ज़ोर दिया गया है। इस पृष्ठभूमि में, राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद् ने सभी कक्षाओं में पाठ्यपुस्तकों को पुनर्संयोजित करने की शुरुआत की है। इस प्रक्रिया में रा.शै.अ.प्र.प. द्वारा पहले से ही विकसित कक्षावार सीखने के प्रतिफलों को ध्यान में रखा गया है।

पाठ्य सामग्रियों के पुनर्संयोजन में निम्नलिखित बिंदुओं को ध्यान में रखा गया है—

- एक ही कक्षा में अलग-अलग विषयों के अंतर्गत समान पाठ्य सामग्री का होना;
- एक कक्षा के किसी विषय में उससे निचली कक्षा या ऊपर की कक्षा में समान पाठ्य सामग्री का होना;
- कठिनाई स्तर;
- विद्यार्थियों के लिए सहज रूप से सुलभ पाठ्य सामग्री का होना, जिसे शिक्षकों के अधिक हस्तक्षेप के बिना, वे खुद से या सहपाठियों के साथ पारस्परिक रूप से सीख सकते हों;
- वर्तमान संदर्भ में अप्रासांगिक सामग्री का होना।

वर्तमान संस्करण, ऊपर दिए गए परिवर्तनों को शामिल करते हुए तैयार किया गया पुनर्संयोजित संस्करण है।

not to be republished
© NCERT

प्रस्तावना

राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद ने विद्यालयी शिक्षा से संबंधित विभिन्न विषयों के अध्ययन के लिए, राष्ट्रीय पाठ्य चर्चा रूपरेखा की समीक्षा हेतु विद्यालयी शिक्षा-2000 (एन.सी.एफ. एस.ई-2000) के अंतर्गत आविर्भाव चुनौतियों और विषय वस्तु के रूपांतरण, जो शिक्षा शास्त्र के क्षेत्र में अंतर्निहित हैं, उन्हें राष्ट्रीय एवं अंतर्राष्ट्रीय स्तर पर विद्यालयी शिक्षा के लिए 21 फोकस समूहों का गठन किया है। इस फोकस समूह ने विद्यालयी शिक्षा क्षेत्र के विभिन्न पहलुओं पर अपनी व्यापक और विशेष टिप्पणियाँ की हैं। इसी के फलस्वरूप, इन समूहों द्वारा अपनी रिपोर्टों के आधार पर राष्ट्रीय पाठ्य चर्चा रूपरेखा-2005 को विकसित किया गया।

नए दिशा-निर्देशों के अंतर्गत ही राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद ने कक्षा XI और XII की गणित विषय का पाठ्यक्रम तैयार किया तथा पाठ्यपुस्तकों तैयार करने के लिए एक टीम का गठन किया। कक्षा XI की पाठ्य-पुस्तक पहले से ही प्रयोग में है जो 2005 में प्रकाशित की जा चुकी है।

पुस्तक का प्रथम प्रारूप (कक्षा XII) एन.सी.ई.आर.टी. संकाय, विशेषज्ञ और कार्यरत् अध्यापकों की टीम द्वारा तैयार कर लिया गया। तत्पश्चात् विकासशील टीम ने विभिन्न बैठकें आयोजित कर इस प्रारूप को परिष्कृत किया था।

पुस्तक के इस प्रारूप को देश के विभिन्न भागों में उच्चतर माध्यमिक स्तर पर गणित के अध्यापन से संबद्ध अध्यापनरत् शिक्षकों की एक टीम के समक्ष प्रस्तुत किया था। पुनः प्रारूप की एनसीईआरटी द्वारा आयोजित कार्यशाला में समीक्षा की गई। सहभागियों द्वारा दिए गए सुझावों एवं टिप्पणियों को प्रारूप पाठ्यपुस्तक में समायोजित कर लिया गया। विकासशील टीम में से ही गठित एक संपादकीय मंडल ने पाठ्य-पुस्तक के इस प्रारूप को अंतिम रूप दे दिया। अंततः, विज्ञान एवं गणित के सलाहकार समूह तथा मानव संसाधन मंत्रालय, भारत सरकार द्वारा गठित निगरानी समिति (Monitoring Committee) ने इस पाठ्यपुस्तक प्रारूप को अनुमोदित कर दिया।

विषय की प्रमाणिकता की दृष्टि से पुस्तक को प्रभावित करने वाले कुछ आवश्यक तत्वों का उल्लेख करते हैं। ये विशिष्टताएँ लगभग इस पुस्तक के सभी पाठों में परिलक्षित हैं। प्रस्तुत पाठ्यपुस्तक में 13 मुख्य अध्याय और दो परिशिष्ट शामिल हैं। प्रत्येक अध्याय निम्नलिखित बिंदु समाहित करता है:

- भूमिका : विषय के महत्वपूर्ण बिंदुओं पर बल; पूर्व में पढ़ाए गए विषय-वस्तुओं का परस्पर संबंध; अध्याय में लगभग नयी अवधारणाओं का सार-रूप में विवेचन।
- अध्याय में खंडों को शमिल करते हुए धारणाओं और अवधारणाओं का संगठन।
- धारणाओं / अवधारणाओं की जानकारी को प्रेरणादायक बनाते हुए, जहाँ भी संभव हो सका दृष्टांत उपलब्ध कराए गए हैं।

- उपर्युक्त/समस्या के हल सिद्धांत और अनुप्रयोग दोनों पक्षों पर बल देते हुए या तार्किक, बहुविध साधन, जहाँ भी इन्हें अपनाने की आवश्यकता पड़ी, अपनाया है।
- ज्यामितिय दृष्टिकोण/संकल्पनाओं का प्रस्तुतीकरण आवश्यक होने पर दिया गया है।
- गणितीय अवधारणाओं और इसके सह-विषयों जैसे: विज्ञान एवं सामाजिक विज्ञान से भी जोड़ा गया है।
- विषय के प्रत्येक खंड में पर्याप्त और विविध उदाहरण/अभ्यास दिए गए हैं।
- समस्याओं को हल करने की क्षमता या कौशल एवं अनुप्रयोग करने की समझ को केंद्रीत एवं मजबूत करने हेतु अध्याय के अंत में दो या दो से अधिक संकल्पनाओं को समावेशित करने वाले उदाहरणों तथा अभ्यास-प्रश्नों का समायोजन किया गया है, जैसा कि राष्ट्रीय पाठ्य-चर्चा रूप रेखा 2005 में कहा गया है, इसी के अनुरूप मेधावी छात्रों के लिए भी पाठ्य-पुस्तक में चुनौतीपूर्ण समस्याओं को शामिल किया गया है।
- विषय को और अधिक प्रेरणादायक बनाने के उद्देश्य से विषय की संक्षिप्त ऐतिहासिक पृष्ठभूमि पाठ के अंत में दी गई है और प्रत्येक पाठ के प्रारंभ में संबंधित कथन एवं सुप्रसिद्ध गणितज्ञों के चित्र दिये गए हैं जिन्होंने विशेषतया विषय-वस्तु को विकसित और सुबोध बनाने के लिए अपना योगदान दिया।
- अंततः विषय की संकल्पनाओं के सूत्र एवं परिणाम के प्रत्यक्ष सार-कथन के लिए पाठ का संक्षिप्त सारांश भी प्रस्तुत किया गया है।

मैं विशेष रूप से राष्ट्रीय शैक्षिक अनुसंधान और प्रशिक्षण परिषद् के निदेशक प्रो. कृष्ण कुमार का आभारी हूँ जिन्होंने मुझे निमित्त कर गणित शिक्षा के राष्ट्रीय प्रयास की कड़ी से जोड़ा है। उन्होंने हमें इस हेतु बौद्धिक परिप्रेक्ष्य तथा स्वस्थ्य वातावरण प्रदान किया। इस पुस्तक को तैयार करने का कार्य अत्यन्त सुखद एवं प्रशंसनीय रहा। मैं, विज्ञान एवं गणित की सलाहकार समूह के अध्यक्ष प्रो.जे.वी. नारलीकर का कृतज्ञ हूँ जिन्होंने समय-समय पर इस पुस्तक के लिए अपने विशेष सुझाव एवं सहयोग देकर पुस्तक के सुधार में कार्य किया। मैं परिषद् के संयुक्त निदेशक प्रो.जी.रवीन्द्रा को भी धन्यवाद देता हूँ जिन्होंने समय-समय पर पाठ्य-पुस्तक से संबंधित क्रिया-विधि को संचालित करने में योगदान किया।

मैं प्रो. हुकुम सिंह, मुख्य संयोजक एवं अध्यक्ष, विज्ञान एवं गणित, डॉ.वी.पी.सिंह, संयोजक तथा प्रो. एस.के.सिंह गौतम के प्रति सहदय धन्यवाद व्यक्त करता हूँ जिन्होंने इस परियोजना को सफल बनाने हेतु शैक्षिक और प्रशासनिक रूप से संलग्न रहे। मैं इस नेक कार्य से संबद्ध सभी टीम के सदस्यों और शिक्षकों की प्रशंसा करता हूँ तथा उन्हें धन्यवाद देता हूँ जो इस कार्य में किसी भी रूप में योगदान किया हो।

पवन के. जैन
मुख्य सलाहकार
पाठ्यपुस्तक संवर्धन समिति

पाठ्यपुस्तक विकास समिति

विज्ञान एवं गणित सलाहकार समूह के अध्यक्ष

जयंत विष्णु नारलीकर इमोरिट्स प्रोफेसर, अध्यक्ष, आई.यू.सी.ए., पूना विश्वविद्यालय, पूना।

मुख्य सलाहकार

पी.के. जैन, प्रोफेसर गणित विभाग, दिल्ली विश्वविद्यालय, दिल्ली।

मुख्य समन्वयक

हुकुम सिंह, प्रोफेसर एवं विभागाध्यक्ष, डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नयी दिल्ली।

सदस्य

अरुण पाल सिंह, सीनियर प्रवक्ता, गणित विभाग, दयाल सिंह कॉलेज, दिल्ली विश्वविद्यालय, दिल्ली।
ए.के.राजपूत, एसोशिएट प्रोफेसर, क्षेष्णि.स. एन.सी.ई.आर.टी., भोपाल।

प्रोफेसर, बी.एस.पी. राजू, क्षेष्णि.स. एन.सी.ई.आर.टी., मैसूर, कर्नाटक।

सी.आर.प्रदीप, सहायक प्रोफेसर, गणित विभाग, भारतीय विज्ञान संस्थान, बंगलौर, कर्नाटक।

आर.डी. शर्मा, पी.जी.टी., जबाहर नवोदय विद्यालय, मुंगेशपुर, दिल्ली।

राम अवतार, प्रोफेसर (अवकाश प्राप्त) एवं सलाहकार, डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नयी दिल्ली।

आर.पी.मौर्य, एसोशिएट प्रोफेसर, डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नयी दिल्ली।

एस.एस.खेर, प्रोफेसर, सम उप कुलपति, एन.ई.एस.यू., तुरा कैपस मेघालय।

एस.के.एस. गौतम, प्रोफेसर, डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नयी दिल्ली।

एस.के.कौशिक, एसोशिएट प्रोफेसर, गणित विभाग, किरोड़ीमल कॉलेज, दिल्ली विश्वविद्यालय, दिल्ली।

संगीता अरोड़ा, पी.जी.टी., एपीजे स्कूल, साकेत, नयी दिल्ली।

शैलजा तिवारी, पी.जी.टी., केंद्रीय विद्यालय, बरकाकाना, हजारीबाग, झारखण्ड।

विनायक बुजाडे, लेक्चरर, विर्द्ध बुनियादी जूनियर कॉलेज, सक्करदारा चौक, नागपुर, महाराष्ट्र।

सुनिल बजाज, सीनियर स्पेशलिस्ट, एस.सी.ई.आर.टी., गुडगाँव, हरियाणा।

सदस्य समन्वयक

वी.पी.सिंह, एसोशिएट प्रोफेसर, डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नयी दिल्ली।

हिंदी रूपांतरणकर्ता

डी.आर.शर्मा, पी.जी.टी., जवाहर नवोदय विद्यालय, मुंगेशपुर, दिल्ली।

पी.के. तिवारी, सहायक आयुक्त (अ.प्रा.) केंद्रीय विद्यालय संगठन।

एस.बी.त्रिपाठी, लेक्चरर, (गणित) राजकीय प्रतिभा विकास विद्यालय, सूरजमल विहार, दिल्ली।

ए.के. राजपूत, एसोशिएट प्रोफेसर, (गणित), क्ष.शि.स. एन.सी.ई.आर.टी., भोपाल, मध्य प्रदेश।

वी.पी.सिंह, एसोशिएट प्रोफेसर, (गणित), डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नयी दिल्ली।

हिंदी समन्वयक

एस.के.सिंह गौतम, प्रोफेसर, डी.ई.एस.एम., एन.सी.ई.आर.टी., नयी दिल्ली।

आभार

परिषद् इस पाठ्यपुस्तक समीक्षा कार्यशाला के निम्नलिखित प्रतिभागियों के बहुमूल्य सहयोग के लिए अपना हार्दिक आभार व्यक्त करती है: जगदीश सरन, प्रोफेसर, सांख्यिकीय विभाग, दिल्ली विश्वविद्यालय; कुहूस खान, लेक्चरर, शिवली नेशनल पी.जी. कॉलेज आजमगढ़, (उ.प्र.); पी.के. तिवारी, सहायक आयुक्त (अ.प्रा.), केंद्रीय विद्यालय संगठन; एस.बी. त्रिपाठी, लेक्चरर, आर.पी.बी. वि. सूरजमल विहार, दिल्ली; ओ.एन. सिंह, रीडर, आर.आई.इ. भुवनेश्वर, उड़ीसा; कुमारी सरोज, लेक्चरर, गर्वनमेंट गलर्स सीनियर सेकेंडरी स्कूल, न. 1, रूपनगर, दिल्ली; पी.भास्कर कुमार, पी.जी.टी., जवाहर नवोदय विद्यालय, लेपाक्षी, अनंतपुर, (आंध्र प्रदेश); श्रीमती कलपागम्, पी.जी.टी., के.वी. नाल कैंपस, बैंगलोर; राहुल सोफत, लेक्चरर, एआर फोर्स गोल्डन जुबली इंस्टिट्यूट, सुब्रतो पार्क, नयी दिल्ली; वर्दिता कालरा, सर्वोदय कन्या विद्यालय, विकासपुरी जनपद केंद्र, नयी दिल्ली; जनार्दन त्रिपाठी, लेक्चरर, गर्वनमेंट आर.एच.एस.एस. ऐजाव्ल, मिजोरम और सुश्री सुषमा जयरथ, रीडर, डी. डब्ल्यू.एस., एन.सी.इ.आर.टी., नयी दिल्ली।

परिषद् एन.सी.इ.आर.टी. में हिंदी रूपातंरण के पुनरावलोकन हेतु कार्यशाला में निम्नलिखित प्रतिभागियों की बहुमूल्य टिप्पणियों के लिए आभारी हैं; जी.डी.डल, अवकाश प्राप्त रीडर, एन.सी.इ.आर.टी., नयी दिल्ली; जी.एस.राठौर, असिस्टेंट प्रोफेसर, गणित एवं सांख्यिकी विभाग, एम.एल. सुखाड़िया विश्वविद्यालय, उदयपुर, राजस्थान; मनोज कुमार ठाकुर, डी.ए.वी. पब्लिक स्कूल, राजेन्द्र नगर, साहिबाबाद, गाजियाबाद (उ.प्र.); रामेश्वर दयाल शर्मा, राजकीय इंटर कॉलेज, मथुरा (उ.प्र.); डॉ.आर.पी.गिहारे, ब्लॉक रिसोर्स कोऑर्डिनेटर, जनपद शिक्षा केंद्र, चिंचौली, बेतुल (म.प्र.); सुनील बजाज, एस.सी.इ.आर.टी., गुडगाँव, हरियाणा; श्रीमती वीना धींगरा, सर लक्ष्मी बालिका सीनियर सेकेंडरी स्कूल, खारी बावली, दिल्ली; ए.के.वझलवार, रीडर, एन.सी.इ.आर.टी., नयी दिल्ली।

परिषद् चित्रांकन अरविंदर चावला, कंप्यूटर स्टेशन प्रभारी दीपक कपूर; राकेश कुमार एवं सज्जाद हैदर अंसारी, नरगिस इस्लाम, डी.टी.पी. ऑपरेटर; के.पी.एस.यादव, मनोज मोहन, कॉपी एडिटर और रूबी कुमारी तथा रणधीर ठाकुर, पूर्फ रीडर, द्वारा किए गए प्रयासों के प्रति अपना आभार प्रकट करती है। ए.पी.सी. ऑफिस, विज्ञान एवं गणित शिक्षा विभाग एवं प्रकाशन विभाग भी अपने सहयोग के लिए आभार के पात्र हैं।

परिषद् इस संस्करण के पुनर्संयोजन के लिए, पाठ्यक्रम, पाठ्यपुस्तक और विषय सामग्री के विश्लेषण हेतु दिए गए महत्वपूर्ण सहयोग के लिए एन.सी.इ.आर.टी. के विज्ञान एवं गणित शिक्षा विभाग के सदस्यों— आशुतोष वझलवार, प्रोफेसर, डी.इ.एस.एम., एन.सी.इ.आर.टी., नयी दिल्ली; टी.पी. शर्मा, प्रोफेसर, डी.इ.एस.एम., एन.सी.इ.आर.टी., नयी दिल्ली; और राहुल सोफट, पी.जी.टी., एयर फोर्स गोल्डन जूबली स्कूल, सुब्रतो पार्क, नयी दिल्ली; गुरप्रीत भटनागर, रिसोर्स पर्सन, सी.बी.एस.इ. के प्रति आभार व्यक्त करती है।

भारत का संविधान

उद्देशिका

हम, भारत के लोग, भारत को एक ¹[संपूर्ण प्रभुत्व-संपन्न समाजवादी पंथनिरपेक्ष लोकतंत्रात्मक गणराज्य] बनाने के लिए, तथा उसके समस्त नागरिकों को :

सामाजिक, आर्थिक और राजनैतिक न्याय,
विचार, अधिव्यक्ति, विश्वास, धर्म
और उपासना की स्वतंत्रता,
प्रतिष्ठा और अवसर की समता
प्राप्त कराने के लिए,
तथा उन सब में
व्यक्ति की गरिमा और ²[राष्ट्र की एकता
और अखंडता] सुनिश्चित करने वाली बंधुता
बढ़ाने के लिए

दृढ़संकल्प होकर अपनी इस संविधान सभा में आज तारीख 26 नवंबर, 1949 ई. को एतद्वारा इस संविधान को अंगीकृत, अधिनियमित और आत्मार्पित करते हैं।

1. संविधान (बयालीसवां संशोधन) अधिनियम, 1976 की धारा 2 द्वारा (3.1.1977 से) “प्रभुत्व-संपन्न लोकतंत्रात्मक गणराज्य” के स्थान पर प्रतिस्थापित।
2. संविधान (बयालीसवां संशोधन) अधिनियम, 1976 की धारा 2 द्वारा (3.1.1977 से) “राष्ट्र की एकता” के स्थान पर प्रतिस्थापित।

विषय-सूची

भाग - I

आमुख	iii
पाठ्यपुस्तकों में पाठ्य सामग्री का पुनर्संयोजन	v
प्रस्तावना	vii
1. संबंध एवं फलन	1
1.1 भूमिका	1
1.2 संबंधों के प्रकार	2
1.3 फलनों के प्रकार	8
1.4 फलनों का संयोजन तथा व्युत्क्रमणीय फलन	13
2. प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन	20
2.1 भूमिका	20
2.2 आधारभूत संकल्पनाएँ	20
2.3 प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलनों के गुणधर्म	30
3. आव्यूह	37
3.1 भूमिका	37
3.2 आव्यूह	37
3.3 आव्यूहों के प्रकार	42
3.4 आव्यूहों पर संक्रियाएँ	46
3.5 आव्यूह का परिवर्त	66
3.6 सममित तथा विषम सममित आव्यूह	68
3.7 व्युत्क्रमणीय आव्यूह	73
4. सारणिक	79
4.1 भूमिका	79
4.2 सारणिक	80
4.3 त्रिभुज का क्षेत्रफल	86

4.4 उपसारणिक और सहखंड	88
4.5 आव्यूह के सहखंडज और व्युत्क्रम	91
4.6 सारणिकों और आव्यूहों के अनुप्रयोग	98
5. सांतत्य तथा अवकलनीयता	110
5.1 भूमिका	110
5.2 सांतत्य	110
5.3 अवकलनीयता	126
5.4 चरघातांकी तथा लघुगणकीय फलन	134
5.5 लघुगणकीय अवकलन	139
5.6 फलनों के प्राचलिक रूपों के अवकलज	143
5.7 द्वितीय कोटि का अवकलज	146
6. अवकलज के अनुप्रयोग	156
6.1 भूमिका	156
6.2 राशियों के परिवर्तन की दर	156
6.3 वर्धमान और हासमान फलन	161
6.4 उच्चतम और निम्नतम	169
परिशिष्ट 1: गणित में उपपत्तियाँ	197
A.1.1 भूमिका	197
A.1.2 उपपत्ति क्या है?	197
परिशिष्ट 2: गणितीय निर्दर्शन	206
A.2.1 भूमिका	206
A.2.2 गणितीय निर्दर्शन क्यों?	206
A.2.3 गणितीय निर्दर्शन के सिद्धांत	207
उत्तरमाला	218
पूरक पाठ्य सामग्री	232